

Maturité gymnasiale

Session 2026

EXAMEN DE MATHÉMATIQUES

OS non scientifiques

*Temps à disposition : 4 heures**Note maximale (6) pour 75 points sur 80**« Formulaires et Tables » à disposition**Machine à calculer non graphique et non programmable autorisée***Problème 1. Étude de fonction (20 points)**

Étudier, y compris la dérivée seconde, puis représenter (unité : 2 cm) la fonction f donnée par

$$f(x) = (x^2 + 2x + 1)e^{-x}.$$

Problème 2. Probabilités (20 points)

Un site internet propose tous les jours 24 nouvelles grilles de jeux solitaires : Sudoku, Kakuro et Binox (peu importe ce que sont ces jeux ici) selon la répartition ci-dessous, ainsi que le niveau de difficulté.

	facile	difficile	total
Sudoku	5	7	12
Kakuro	3	4	7
Binox	2	3	5
total	10	14	24

Chaque matin, Monsieur Mouton remplit 4 grilles au hasard. Il affirme passer une journée *tanoshii* lorsqu'il remplit 2 grilles de Sudoku, 1 grille de Kakuro et 1 grille de Binox.

1. Pour un jour quelconque, calculer la probabilité des événements suivants.

A : M. Mouton remplit exactement 2 grilles faciles.

B : M. Mouton passe une journée *tanoshii*. Montrer que $\mathbb{P}(B) = \frac{5}{23}$.

C : M. Mouton ne remplit aucune grille de Kakuro.

D : M. Mouton remplit exactement 2 grilles de Sudoku ou exactement 2 grilles de Kakuro.

E : M. Mouton remplit au moins une grille de chaque jeu.

2. Sachant que M. Mouton n'a rempli ce matin aucune grille de Kakuro, calculer la probabilité qu'il ait rempli exactement 2 grilles de Sudoku.

3. M. Mouton décide de jouer chacun des 7 jours de la semaine, toujours selon le même protocole : il remplit au hasard 4 grilles parmi les 24 proposées chaque jour. Calculer alors la probabilité des événements suivants.

F : il passe exactement 3 journées *tanoshii* dans la semaine.

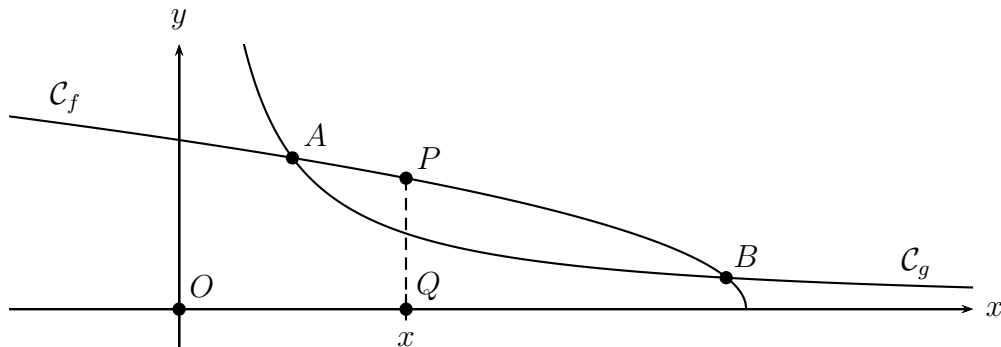
G : il passe au moins 2 journées *tanoshii* dans la semaine.

4. Calculer le nombre de jours minimum pour que la probabilité qu'il passe au moins une journée *tanoshii* soit supérieure à 99%.

(suite au verso)

Problème 3. Analyse (20 points)

On considère les fonctions $f(x) = \sqrt{5-x}$ et $g(x) = \frac{2}{x}$. On note $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$ les courbes représentatives de ces fonctions.



- Déterminer le domaine de définition de la fonction f .
- Vérifier que le point $A(1; 2)$ est à l'intersection des courbes $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$.
- Calculer l'abscisse du point B , le deuxième point d'intersection des courbes $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$.
- Calculer l'angle aigu formé par les courbes $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$ au point A .
- Déterminer l'équation de la tangente à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point A .
- Calculer le volume du solide engendré par la révolution de la courbe $\mathcal{C}_f$ autour de l'axe des abscisses entre les droites verticales d'équations $x = 0$ et $x = 5$.
- Soit P un point d'abscisse x positive situé sur la courbe $\mathcal{C}_f$ et Q sa projection orthogonale sur l'axe des abscisses. Un cylindre est formé par la révolution du segment vertical $[PQ]$ autour de l'axe des ordonnées.
 - Montrer que le volume d'un tel cylindre peut être donné par $V(x) = \pi x^2 \sqrt{5-x}$.
 - Déterminer le volume maximal de ce cylindre.

Problème 4. Géométrie dans l'espace (20 points)

Dans un repère orthonormé de l'espace, on donne les quatre points $A(4; -1; 4)$, $B(2; -3; 5)$, $C(7; 5; -2)$ et $D(1; -7; -7)$ et le plan π d'équation cartésienne $-4x + 6y + 4z + 7 = 0$.

- Déterminer une équation cartésienne du plan (ABC) .
- Montrer que le plan (ABC) est strictement parallèle au plan π .
- Calculer alors la distance entre les deux plans (ABC) et π .
- Donner une représentation paramétrique de la droite d perpendiculaire au plan (ABC) passant par le point D .
- Calculer les coordonnées du point B' de la droite d le plus proche du point B .
- Calculer les coordonnées du point d'intersection I des droites (BD) et $\Delta : \begin{cases} x = -3 + 2\lambda \\ y = 5 + \lambda \\ z = 1 + 10\lambda \end{cases}$.

On considère encore la sphère Σ d'équation cartésienne $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y - 12z + 46 = 0$.

- Déterminer les coordonnées du centre Ω de la sphère Σ , ainsi que son rayon.
- Montrer que le point B appartient à la sphère Σ .
- Donner une représentation paramétrique de la droite t tangente à la sphère Σ au point B et coupant l'axe des abscisses.